

Übungsaufgaben – Grenzwerte von Funktionen (mit Lösungen)

6. Untersuchen Sie das Grenzverhalten.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 4}{1 - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{1+x}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3}{1 - x^3}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 4x - 6}{2(1-x)}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2x-x^2}{1-3x^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 - 5x}$

$a, k \in \mathbb{N}$

Lösungen:

- a) 8 b) 1 d) 2 f) 0
g) -4 h) 0 i) $\frac{1}{3}$

(Irrtümer möglich)

9. Bestimmen Sie mit Hilfe der Grenzwertsätze die Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 5x^2}{x^3 - 3x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x + 1}{3x^2 - 2x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4}{1 - x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-x}{3+x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \frac{1}{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 - 8x}{2+x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x-5}{x+5} \cdot \frac{25-x^2}{x^2} \right)$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^2}{2x-1} + \frac{x^2}{x^2+x} \right)$

*i) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2-9}{x-3} \cdot \frac{2x-1}{2x} \cdot \frac{3x-9}{3-x} \right)$

*j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3-1}{3x^3+x} \cdot \frac{2x-1}{x} + \frac{2x^2-x+1}{2x^2-1} \right)$

*k) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{5x+5}{1+x} - \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{5}{1-x^2} \right)$

*l) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{x^2-3x}{x+1} + \frac{x^2-x}{x} - \frac{x^3-2}{2} \right)$

(die Aufgaben mit * gelten als schwierig aber machbar)

Lösungen:

9. a) $\frac{5}{2}$ b) 1 c) -2 d) -1
e) 0 f) 16 g) 0 h) 0
i) -15 j) $\frac{5}{3}$ k) $\frac{15}{4}$ l) -3

2.

Bestimmen Sie den Grenzwert.

a) $\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 + 1)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (2x - 1) \cdot 3$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x-4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x^3 + 2)$

d) $\lim_{x \rightarrow 6} (3x^3 - 4x + x^2)$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 2x + 9}{(x-7) \cdot (x+2)}$

Lösungen:

- a) 26 b) 83 c) -3 d) 660 e) -1 f) $-\frac{11}{6}$

1.

Ermitteln Sie folgende Grenzwerte:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1) \cdot (n-1)}{n^3 + 5n}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-2)^2}{n^2 + 5n - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (6 - x^7)$

d) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 \cdot x - 5}{3x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 2x^3}{3x^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$

Lösungen:

a) 0 b) -4 c) $\pm\infty$ d) $\frac{2}{3}$ e) 0 f) 0