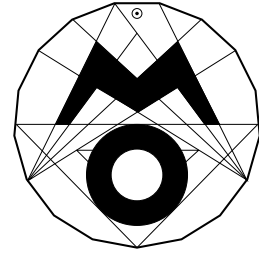


55. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulrunde)  
Olympiadeklasse 6  
Aufgaben



© 2015 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

550611

Es sollen Zahlenfolgen nach folgender Anleitung gebildet werden:

Wähle eine natürliche Zahl als Startzahl.

- (1) Wenn die Zahl gerade ist, teile sie durch 2.  
Wenn die Zahl ungerade ist, multipliziere sie mit 3 und addiere 1.
- (2) Wenn die Zahl 1 erreicht ist, höre auf, anderenfalls gehe zum Schritt (1) zurück.

Ein Beispiel für die Zahlenfolge mit der Startzahl 7 ist:

7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

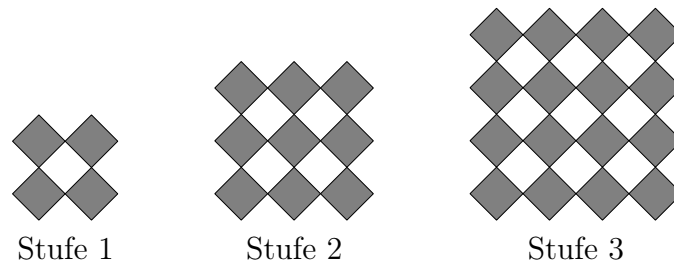
- a) Bilde für die Startzahlen 6, 9, 15 und 256 die entsprechenden Zahlenfolgen.
- b) Welche Zahlen können in solchen Folgen unmittelbar vor einer 16 stehen?  
Welche Zahlen können unmittelbar vor einer 32 stehen, welche vor einer 64?  
Wie viele Glieder hat eine Folge, deren Startzahl  $2^n$  ist?  
Begründe.
- c) Gibt es eine Startzahl, deren Folge zwar auf der 1 endet, aber nicht über ... 8, 4, 2, 1 führt?

*Hinweis:* Wenn du noch Lust und Geduld hast, beginne mit der Anfangszahl 27. Auch hier wirst du mit der 1 enden, allerdings nach vielen Schritten, und du wirst unterwegs unerwartet hohe Zwischenzahlen erreichen. Wie viele Glieder hat diese Folge, und wie lautet ihre größte Zahl?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

550612

Betrachtet werden die folgenden Muster aus kleinen schwarzen und weißen Quadraten.



A 550612

- a) Ermittle jeweils für die Stufen 1, 2 und 3 (siehe Abbildung A 550612) die Differenz aus der Anzahl der schwarzen und der weißen Quadrate.  
Dieses Muster wird fortgesetzt. Wie groß ist die Differenz aus der Anzahl schwarzer und weißer Quadrate bei den Stufen 4, 5 und 6?  
Vergleiche die ermittelten Differenzen und stelle eine Vermutung dazu auf, wie sich diese Differenzen von Stufe zu Stufe verändern.
- b) Die Differenz aus der Anzahl schwarzer und weißer Quadrate soll 2015 betragen. Für welche Stufe ist dies der Fall?
- c) Jetzt hat man insgesamt 2015 Quadrate. Wie viele muss man davon schwarz und wie viele weiß färben, damit ein vollständiges Muster gelegt werden kann und möglichst wenige Quadrate übrig bleiben?

550613

Ramon und Stefan treffen sich zum Murmelspielen.

Ramon hat 146 Murmeln und Stefan hat 88.

- a) Wie viele Murmeln müsste Ramon Stefan abgeben, dass beide gleich viele Murmeln haben?
- b) Ihr Freund Tobias möchte nun auch mitspielen, hat aber keine Murmeln. Wie viele Murmeln erhält er von Ramon und wie viele von Stefan, wenn alle drei Jungen gleich viele Murmeln haben sollen?

Beim Austeilen stellt sich heraus, dass die Murmeln drei verschiedene Farben haben und es von jeder Farbe die gleiche Anzahl von Murmeln gibt.

Ramon stellt fest: „Drei Dreizehntel meiner Murmeln sind rot und es sind gleich viele blaue und gelbe.“

Stefan stellt fest: „Ich habe genauso viele blaue Murmeln, wie Ramon rote hat. Außerdem habe ich doppelt so viele rote wie blaue Murmeln.“

- c) Wie viele Murmeln hat jeder der drei Jungen von jeder der drei Farben?  
Führe eine Probe durch.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

550614

Lisa hat 3 rote, 3 blaue und 3 gelbe gleich große quadratische Spielsteine. Aus diesen Spielsteinen legt Lisa Rechtecke.

Dabei gilt: Anordnungen, die nach einer Drehung übereinstimmen, gelten als gleich. Beispielsweise sind die  $3 \times 1$ -Rechtecke „rot-gelb-blau“ (rgb) und „blau-gelb-rot“ (bgr) keine verschiedenen Anordnungen.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Lisa, jeweils zwei der Spielsteine auszuwählen und zu einem  $2 \times 1$ -Rechteck zusammenzulegen?  
(Die ausgewählten Spielsteine müssen nicht verschiedene Farben haben!)
- b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Lisa, jeweils drei der 9 Spielsteine auszuwählen und zu einem  $3 \times 1$ -Rechteck zusammenzulegen? Dabei können auch wieder Spielsteine der gleichen Farbe mehrfach ausgewählt werden.